



**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**JUNIE 2022**

**WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

---

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye en 'n antwoordeboek van 19 bladsye.

---

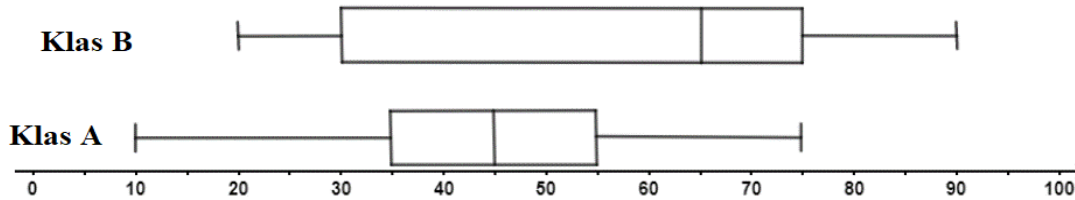
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. Jy mag 'n goedgekeurde sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Nommer jou antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

Die mond-en-snor diagramme hieronder toon die Wiskunde uitslae van klas A en klas B in die Junie eksamen. Dit word ook gegee dat klas B 'n mediaan van 65% het.



- 1.1 Watter klas het die top leerders? (1)
  - 1.2 Bepaal watter klas die grootste Interkwartielvariasiewydte het? (1)
  - 1.3 Watter persentasie van klas A het minder as 60% behaal? (1)
  - 1.4 Indien al die leerders in klas A 'n ekstra 5% gegee word, wat sal met die standaardafwyking van die punte in klas A gebeur? (1)
  - 1.5 Bepaal die semi-interkwartielvariasiewydte van klas B. (1)
- [5]**

**VRAAG 2**

'n Groep van 30 leerlinge was, tydens hulle graad 11-kamp, gevra om 'n hindernisbaan te voltooi. Die tye (in sekondes) wat dit leerlinge geneem het om die hindernisbaan te voltooi word in die tabel hieronder gegee.

Tyd geneem	$60 \leq t < 90$	$90 \leq t < 120$	$120 \leq t < 150$	$150 \leq t < 180$	$180 \leq t < 210$
Aantal leerlinge	3	6	7	8	6

- 2.1 Voltooi die kumulatiewe frekwensietabel vir bostaande data in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK. (1)
- 2.2 Teken 'n kumulatiewe frekwensiekurwe vir die bostaande data op die rooster wat voorsien is. (4)
- 2.3 Dui op jou grafiek aan waar jy sal aflees:
  - 2.3.1 Die aantal leerlinge wat 135 sekondes geneem het om die baan te voltooi. (Gebruik die letter A) (1)
  - 2.3.2 Die waarde van  $t$  as 60% van die leerlinge minder as  $t$  sekondes geneem het om die hindernisbaan te voltooi. (Gebruik die letter B) (1)
  - 2.3.3 Die 75ste persentiel. (Gebruik die letter C) (1)

**[8]**

**VRAAG 3**

Beskou die volgende stel van vier positiewe heelgetalle en hulle frekwensie.

Telling	$x + 3$	$2x$	$x - 1$	6
Frekwensie	4	3	2	2

3.1 Bepaal die mediaan-telling. (1)

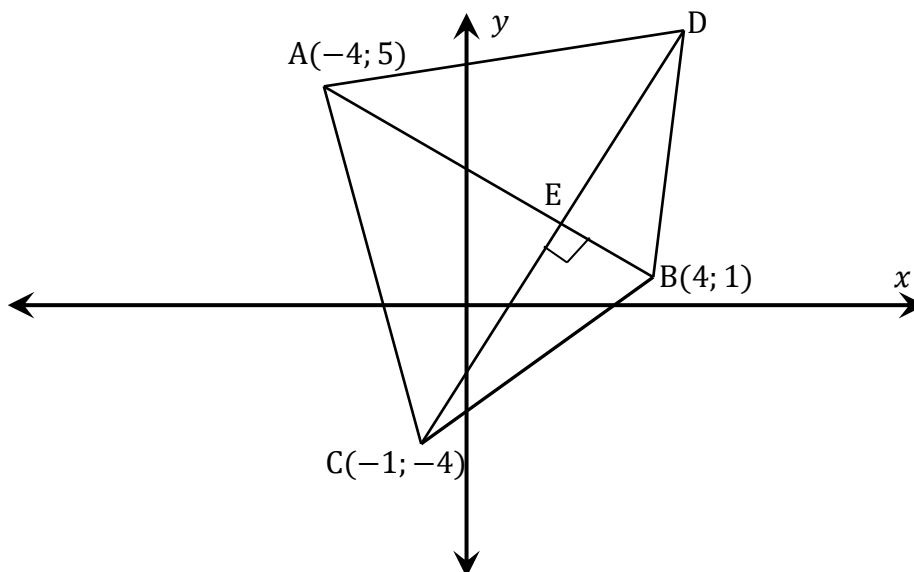
3.2 Bepaal die gemiddelde in terme van  $x$ . (3)

3.3 Indien slegs tellings in ag geneem word (sonder frekwensie), bepaal die standaardafwyking as dit gegee word dat  $x = 5$ . (2)

**[6]**

**VRAAG 4**

In die diagram hieronder is die koördinate van  $A(-4; 5)$ ,  $C(-1; -4)$  en  $B(4; 1)$  die hoekpunte van 'n driehoek in die Cartesiese vlak.  $CE \perp AB$  met  $E$  op  $AB$ .  $E$  is die middelpunt van reguitlyn  $CD$ .



4.1 Bepaal die gradiënt van  $AB$ . (2)

4.2 Bepaal die vergelyking van  $CD$ . (4)

4.3 Bepaal die koördinate van  $E$ . (6)

4.4 Bepaal die koördinate van  $D$ . (2)

4.5 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn, ewewydig aan  $AC$  en wat deur punt  $D$  gaan. (4)

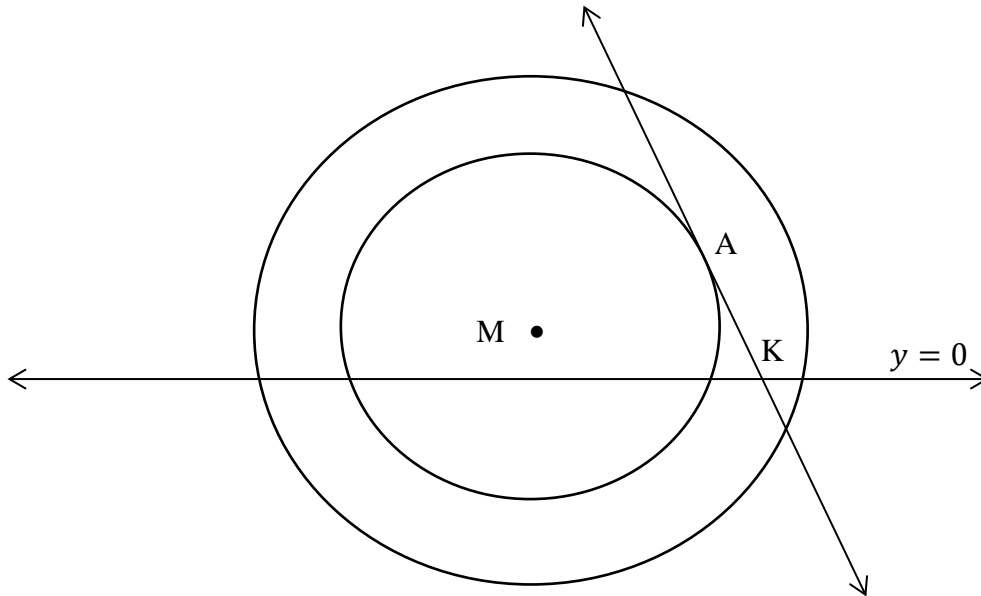
4.6 Bepaal, deur ALLE berekeninge te toon, of die  $x$ -afsnit van die reguitlyn  $CD$  ook op die hoogtelyn van  $A$  na  $BC$  lê. (6)

**[24]**

**VRAAG 5**

In die figuur hieronder, is M die gemene middelpunt van twee sirkels. Die groter sirkel het vergelyking  $x^2 + y^2 = 4y - 2x + 44$ .

Die kleiner sirkel raak die reguitlyn  $y = -x + 5$  by punt A. Die reguitlyn  $y = 0$  sny beide sirkels.



- 5.1 Bepaal die koördinate van M. (4)
- 5.2 Bepaal die koördinate van A. (5)
- 5.3 Bepaal die vergelyking van die kleiner sirkel. (3)
- 5.4 Skryf die koördinate van K neer. (1)
- 5.5 Die reguitlyn  $y = -x + 5$  ontmoet die reguitlyn  $y = 0$  by punt K. Bepaal die oppervlakte van  $\Delta AMK$ . (3)

**[16]**

**VRAAG 6**

6.1 As  $\cos 26^\circ = \frac{1}{p}$ . Bepaal die volgende in terme van  $p$ .

6.1.1  $\sin 26^\circ$  (3)

6.1.2  $\cos 52^\circ$  (3)

6.1.3  $\tan^2 64^\circ \times (p + 1)$  (4)

6.2 Vereenvoudig:  $\frac{\sin(-\beta) + \sin(360^\circ - \beta)}{\sin(180^\circ - \beta) + \sin 180^\circ}$  (5)

6.3 Bepaal die waarde van  $p$ , korrek tot twee desimale plekke, as  $\theta = 82^\circ$  en  $2p \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sin(2\theta)$ . (3)

6.4 Bewys die identiteit:  $4 \sin \theta \cdot \cos^3 \theta - 4 \cos \theta \cdot \sin^3 \theta = \sin 4\theta$  (6)  
[24]

**VRAAG 7**

Gegee:  $f(x) = \sin(x - 30^\circ)$  en  $g(x) = \cos 3x$ .

7.1 Los op vir  $x$ :  $\cos 3x = \sin(x - 30^\circ)$  vir  $x \in [-60^\circ; 180^\circ]$ . (7)

7.2 Teken die grafieke van  $f$  en  $g$  vir  $x \in [-60^\circ; 180^\circ]$  op die voorsende rooster. (6)

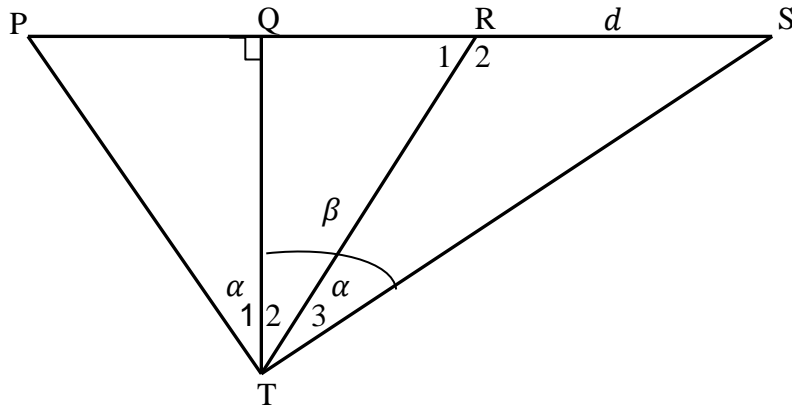
7.3 Gebruik jou grafiek en antwoorde in VRAAG 7.1 om die volgende vraag te beantwoord.

Vir watter waarde(s) van  $x$  is  $f(x) \times g(x) < 0$ ? (4)  
[17]

**VRAAG 8**

Verwys na die onderstaande figuur. PQRS stel 'n reguit pad voor met TQ 'n ander pad wat loodreg met pad PQRS is. Die afstand,  $RS = d$  kilometer.

$\hat{T}_1 = \hat{T}_3 = \alpha$  en  $Q\hat{T}S = \beta$

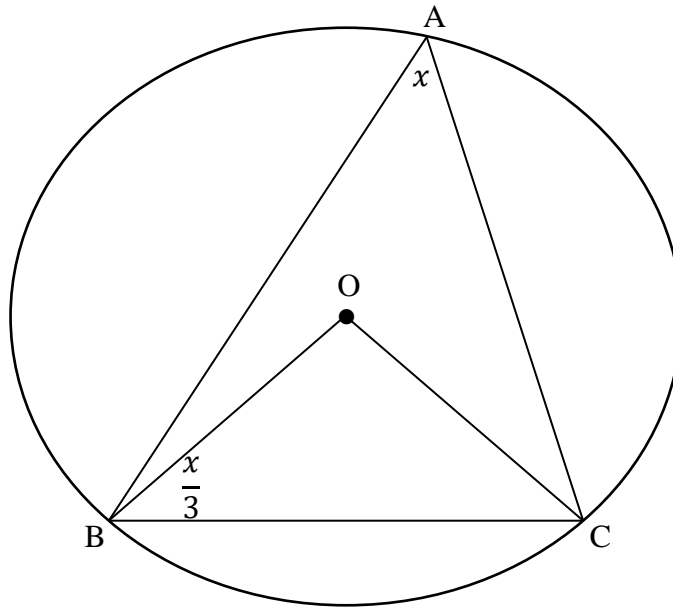


- 8.1 Skryf die grootte van  $Q\hat{T}R$  in terme van  $\alpha$  en  $\beta$  neer. (1)
- 8.2 In  $\Delta SQT$ , skryf die grootte van  $\hat{S}$  neer. (1)
- 8.3 In  $\Delta PQT$ , skryf die grootte van  $\hat{P}$  neer. (1)
- 8.4 Bepaal die lengte van RT in terme van  $\alpha$  en  $\beta$ . (3)
- 8.5 Vervolgens, of andersins, toon aan dat:  $PR = \frac{d \cos \beta \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$  (3)

**[9]**

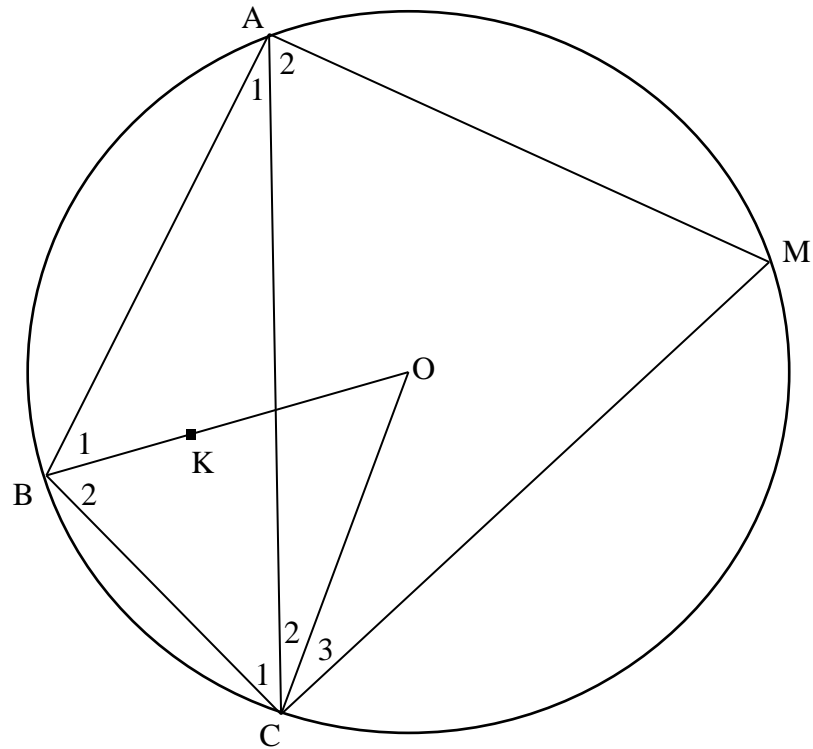
**VRAAG 9**

- 9.1 Voltooi die stelling: Die hoek by die ... is gelyk aan tweemaal die omtrekshoek van die sirkel. (1)
- 9.2 Sien diagram hieronder. O is die middelpunt van die sirkel met punte A, B en C op die omtrek van die sirkel.  $\widehat{BAC} = x$  en  $\widehat{OBC} = \frac{x}{3}$ . Bepaal, met redes, die waarde van  $x$ . (6)





9.3 In die diagram hieronder, is O die middelpunt van die sirkel wat deur A, B, C en M gaan. K is die middelpunt van 'n sirkel (nie geteken nie) wat deur punte A, B en C van  $\Delta ABC$  gaan sodat K op radius BO lê.  $\hat{A}_1 = 30^\circ$ . BO halveer  $\widehat{AC}$ .



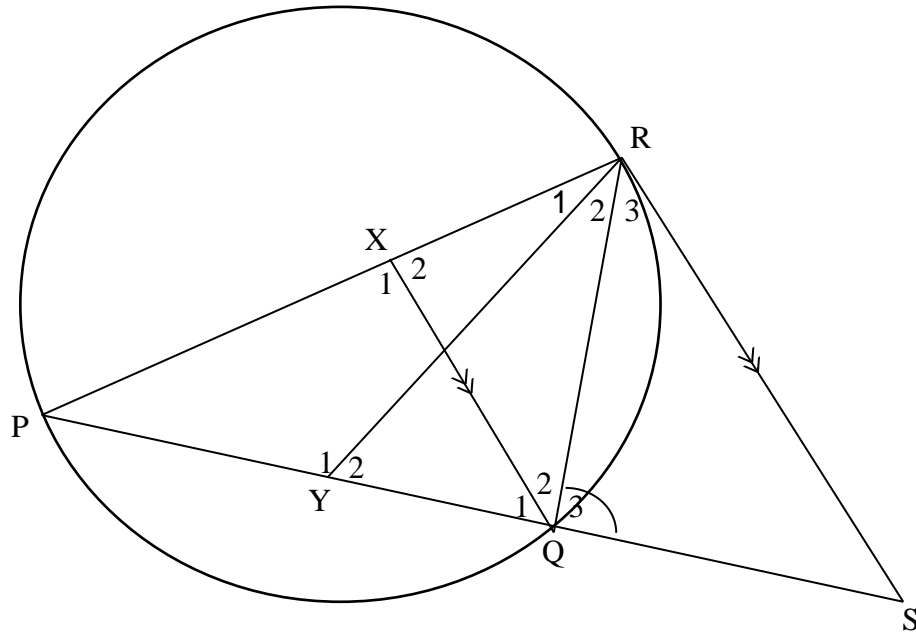
9.3.1 Bepaal die grootte van  $\hat{B}_1$ . (Verskaf redes vir jou antwoord.) (5)

9.3.2 Bewys dat  $\hat{M} = 2\hat{A}_1$  (3)

[15]

## VRAAG 10

In die diagram hieronder is, P, Q en R punte op 'n sirkel. YR halveer  $\widehat{PRQ}$  met Y op PQ. PQ is verleng en ontmoet RS by S sodat  $SR = SY$ .  $QX \parallel SR$ .



10.1 Bewys dat SR 'n raaklyn aan die sirkel by R is. (6)

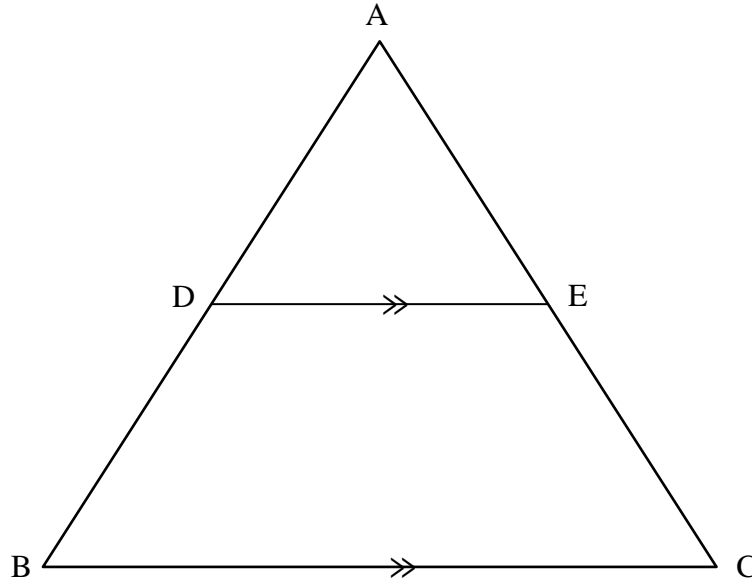
10.2 Bewys dat QR 'n raaklyn aan die sirkel, wat deur Q, X en P gaan, is. (3)

[9]

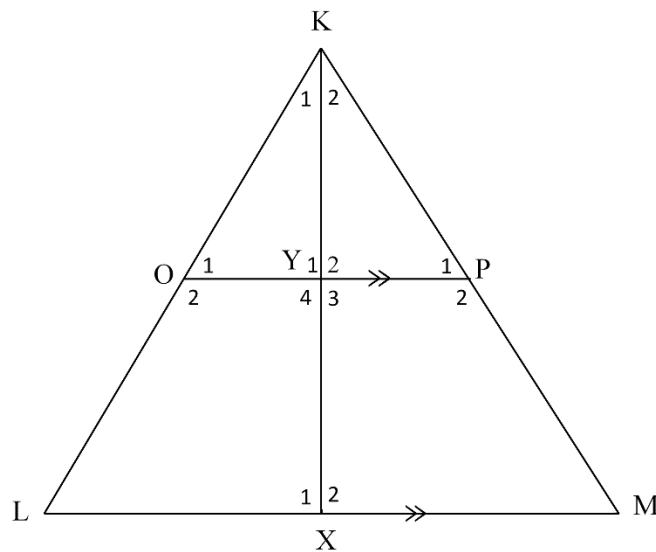
VRAAG 11

11.1 In die diagram hieronder, is D en E punte op sye AB en AC van  $\Delta ABC$  sodat  $DE \parallel BC$ .

Gebruik die diagram om die stelling te bewys wat meld dat:  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  (6)



11.2 In die diagram hieronder, is  $OP \parallel LM$  sodat die oppervlakte van  $\Delta KOP =$  oppervlakte van vierhoek OLMP.  $KYX$  is loodreg op  $OP$  en  $LM$  by  $Y$  en  $X$  onderskeidelik.



Bewys dat:

11.2.1  $\Delta KOP \sim \Delta KLM$  (3)

11.2.2  $\frac{KY}{KX} = \frac{OP}{LM}$  (2)

11.2.3  $\frac{KO}{KL} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (6)

[17]

TOTAAL: 150

## INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$